

۴ حالت وجود دارد :

(۱) مخرج مشترک گیری

(۲) میانگین

(۳) جمع صورت‌ها و مخرج‌ها

(۴) مقایسه کسرها : برای اینکه $\frac{c}{d}$ بین $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{f}$ قرار داشته باشد باید :

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} < \frac{e}{f} \quad (۱)$$

$$\frac{e}{f} < \frac{c}{d} < \frac{a}{b} \quad (۲)$$


به نظر شما بین هر دو عدد گویا چند عدد گویا (کسر) دلخواه وجود دارد؟

نمونه دولتی

۱- اگر a و b دو عدد گویای + باشند، حاصل کدام کسر زیر همواره بین ۲ و ۷ قرار می‌گیرد؟

- $\frac{2a - 7b}{a + b}$ (۴)
 $\frac{7a + 2b}{a + b}$ (۳)
 $\frac{2a + 7b}{a - b}$ (۲)
 $\frac{a + b}{2a + 7b}$ (۱)

۲- اگر m عددی گویا بین $-\frac{3}{4}$ و $-\frac{1}{2}$ باشد و n عددی گویا بین $\frac{5}{2}$ و -3 باشد، $m + n$ بین کدام دو عدد گویا

المپیاد

زیر قرار می‌گیرد؟

- 2 و $-\frac{15}{2}$ (۱)
 -2 و $-\frac{3}{4}$ (۲)
 $-\frac{5}{4}$ و 2 (۴)
 -2 و $-\frac{15}{4}$ (۳)

المپیاد

۳- بین عدد مخلوط $1\frac{2}{3}$ و کسر $\frac{4}{5}$ چند کسر با صورت ۶۰ و با مخرج طبیعی وجود دارد؟

- ۲۸ (۱)
 ۳۸ (۲)
 ۲۷ (۳)
 بی‌شمار (۴)

المپیاد

۴- نزدیک‌ترین کسر به $\frac{3}{4}$ ؟

- $\frac{1}{2}$ (۱)
 $\frac{2}{3}$ (۲)
 $\frac{7}{8}$ (۳)
 $\frac{11}{12}$ (۴)
 $\frac{7}{6}$ (۵)

← اعداد گویا به سه دسته کلی تقسیم میشن :

۱- }
۲- }
۳- }

۱- کسرهای مختوم : اگر پس از ساده کردن صورت و مخرج، مخرج اونها رو داشته باشد کسر مختوم است.

مثال :

پس از تبدیل این کسرها به عدد اعشاری

۲- متناوب ساده : مخرج اونها پس از ساده کردن، مخرج اونها

مثال :

۳- کسرهای متناوب مرکب : مخرج اونها است و نمایش اتحاد اونها است .

تمرین : کدام یک از کسرهای زیر مختوم / متناوب / متناوب مرکب اند؟



چ) $\frac{11}{60}$

ث) $\frac{1}{440}$

پ) $\frac{45}{54}$

الف) $\frac{7}{11}$

ج) $\frac{7}{91}$

ت) $\frac{30}{66}$

ب) $\frac{15}{66}$

← **تبدیل کسر به اعشاری و برعکس :**

شما چطور کسرها رو به اعشاری تبدیل می کنید؟ چند مثال :



۱- تبدیل اعشاری مختوم به کسر : مثل $\frac{1}{6}$ و $\frac{2}{23}$ و $\frac{15}{10}$

۲- متناوب ساده و مرکب :



۱- هر یک از اعداد اعشاری زیر رو به کسر تبدیل کن :

$$1 / \overline{4752}$$

$$0 / \overline{33}$$

$$2 / \overline{5}$$

$$0 / \overline{327}$$

$$0 / \overline{512}$$

۲- هشتاد و سومین رقم اعشاری $\frac{16}{99}$ ؟؟؟



محاسبات رو قوی تر کن



روشن گاووس :

۱- حاصل جمع اعداد ۱ تا n رو بنویسید و یک فرمول خودتوان اختراع کنید.

۲- تعداد اعضای دنباله حسابی :

مثال: ۵۱۲ و ... و ۸ و ۶ و ۴ و ۲ :

۳- میانگین در دنباله حسابی = $\frac{\text{---} + \text{---}}{2}$

تمرین: مجموع اعداد ۱۰۵- و ... و ۱۵- و ۵- و ۵ و ۱۵ را بدست آورید.



کسرهای تلسکوپی :

$$1) \frac{b+a}{a \times b} = \frac{\text{---}}{\text{---}} + \frac{\text{---}}{\text{---}}$$

مثال: $\frac{5}{2 \times 3} - \frac{7}{3 \times 4} + \frac{9}{4 \times 5} - \frac{11}{5 \times 6} + \dots + \frac{21}{10 \times 11}$

$$2) \frac{b-a}{a \times b} = \frac{\text{---}}{\text{---}} - \frac{\text{---}}{\text{---}}$$

مثال: $\frac{4}{2 \times 6} + \frac{4}{6 \times 10} + \dots + \frac{4}{30 \times 34} =$

تمرین :



الف) $\frac{7}{3 \times 6} + \frac{7}{6 \times 9} + \dots + \frac{7}{18 \times 21} =$

ب) $\frac{2}{2 \times 4} + \frac{4}{4 \times 8} + \frac{6}{8 \times 14} + \frac{8}{14 \times 22} =$

ج) $\frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \dots + \frac{1}{110} =$

کسرهای مسلسل :



الف) $2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{2 + \frac{1}{2}}}} =$

ب) $4 - \frac{4}{4 - \frac{4}{4 - \frac{4}{4 \dots}}}$

المپیاد ریاضی

کدام عدد زیر گویا نیست؟



$1000^{1/1}$

1000^5

$\sqrt{0.25}$

$27^{2/3}$

$1024^{1/1}$

* نکته : $\sqrt[c]{a^b} = a^{b/c}$

کدام یک از اعداد زیر گنگ است؟



$\sqrt{6} \times \sqrt{6}$

و

$6 - 2\pi$

و

$2\sqrt{3} - 6$

و

$\sqrt{3^2 + 6^2}$

و

$3/14$



← مقایسه اعداد گنگ :

کافی به اعشاری تبدیلشون کنیم.

حفظ باش : $\sqrt{2} = 1/4$, $\sqrt{3} = 1/7$, $\sqrt{5} = 2/2$, $\sqrt{7} = 2/4$, $\sqrt{10} = 3/1$

۱- کدام یک از اعداد زیر از بقیه بزرگتر است؟

$$\sqrt{10} + \sqrt{11}$$

$$\sqrt{9} + \sqrt{12}$$

$$\sqrt{8} + \sqrt{13}$$

$$\sqrt{7} + \sqrt{14}$$

۲- عدد مربوط به کدام گزینه به $\sqrt{31}$ نزدیک تر است؟

$$5/6$$

$$5/5$$

$$5/45$$

$$5/4$$

۳- هر یک از اعداد زیر بین کدام دو عدد صحیح متوالی اند؟

$$-2 - \sqrt{15} =$$

$$\sqrt{72} - \sqrt{32} =$$

$$3 - \sqrt{18} =$$

$$\frac{3\sqrt{5}}{5} =$$

$$\frac{5\sqrt{10}}{\sqrt{2}} =$$



گنگ یا نه ؟

در محاسبات همیشه دقت کنید اگر بتوانیم از شر رادیکال خلاص بشیم حاصل گویاست در غیر این صورت گنگه

در بزن ✓



الف) مجموع دو عدد گنگ (گویا - گنگ - بسه به سؤال) است.

ب) مجموع و اختلاف یک عدد گنگ و گویا (گویا - گنگ - بسه به سؤال) است.

ج) حاصل ضرب دو عدد گنگ (گویا - گنگ - بسه به سؤال) است.

د) حاصل تقسیم دو عدد گنگ (گویا - گنگ - بسه به سؤال) است.

و) تقسیم گویا بر گنگ؟

ه) حاصل ضرب گویا یا گنگ؟

ز) گنگ به توان گنگ؟

نتیجه مهم : چه موقع می‌تونیم به طور قطع بگیم که حاصل میشه گنگ؟

۱- سه عدد گنگ بین $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$ بنویسید.

آیا تعداد بیشتری هم میشه بدست آورد؟

۲- سه عدد گویا بین $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$ بنویسید.

حداکثر چند عدد گویا میشه بین دو عدد گویای $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$ نوشت؟

۳- بین $\sqrt{2}$ و $\sqrt{3}$ ، ۵ عدد گنگ و ۵ عدد گویا بنویس

آیا بیشتر میتونی بدست بیاری؟

۴- بین $\sqrt{2}$ و $1/5$ ، ۷ عدد گویا بنویس

نتیجه :

۱- اگر a گنگ و b گویا باشد، آنگاه :

$a + b$ ممکن است گویا باشد، $a^2 b$ حتما گویاست.

۲- اگر $\frac{x-y}{x+y}$ یک عدد گویا باشد کدام مورد ممکن است یک عدد گویا نباشد.

(د) xy

(ج) $\frac{x}{y}$

(ب) $\frac{x}{x+y}$

(الف) $(\frac{x+y}{y})^2$

← محور اعداد حقیقی :

مجموعه‌های زیر را روی محور مشخص کنید.

$$A_1 = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 < x \leq 5\}$$

$$B_1 = \{x \mid x \in \mathbb{W}, 2 < x < 6\}$$

$$A_2 = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > -2\}$$

$$B_2 = \{x \in \mathbb{W} \mid x \leq -1\}$$

$$C = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 2 < x \leq 4\}$$

$$D = \{x \mid x \in \mathbb{Q}, -1 \leq x < 1\}$$

$$E = \left\{ x \in \mathbb{Q} \mid -1 \leq x \leq -\frac{16}{\sqrt{256}} \right\}$$

← قدر مطلق :

فاصله نقطه a از b رو در ریاضی با شه و $|a - b|$ نمایش می‌دهیم.

مثلاً فاصله نقطه -2 از $3/5$ رو با نماد نمایش میدیم که برابر میشه با

۲- فاصله نقطه $\frac{5}{7}$ از مبدأ رو با نماد نشون میدیم که برابر است با :

۳- فاصله نقطه $-\frac{5}{7}$ چطور؟

← نتیجه : برای هر عدد دلخواه $a \in \mathbb{R}$ داریم :

$$\begin{cases} a = 0 \rightarrow |a| = \\ a > 0 \rightarrow |a| = \\ a < 0 \rightarrow |a| = \end{cases}$$

$\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$ $\rightarrow ab = \quad \times$	به نظرت $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$
$\sqrt{a^b} = (\sqrt{a})^b \rightarrow$ این نکته رو برای قدرمطلق بنویسید.	به نظرت $ a+b \leq a + b $ همواره برقراره؟

۱- حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

الف) $|\sqrt{3} - 1| =$

ب) $|-5 + \sqrt{12}| =$

پ) $|2 - \sqrt{7}| =$

ت) $|\sqrt{5} - 2| + |\sqrt{7} - 2/5| - |2/1\sqrt{5}| =$

ث) $\sqrt{2 - (\sqrt{5})^2} + \sqrt{(\sqrt{10} - 3)^2}$

۲- ثابت کنید $|a - b| = |b - a|$

۳- آیا می‌تونید عددی مثال بزنید به جای a که $|a| + a > 0$ ؟

۴) مثالی بزن که نشون بده همیشه $\sqrt{a^2} = a$ برقرار نیست.

← معادلات قدر مطلق :

اگر عددی مثل a نداشته باشیم که $|a| = 3$ از این چه می فهمید؟ خوب a یا 3 بوده یا -3 پس

جواب معادله ها $a = 3$ یا $a = -3$ است. $|a| = 3 \rightarrow a = \pm 3$

$$|a| = b \rightarrow a = \pm b$$

۱- تعداد جوابهای معادله $|x+2| = 7$ برابر ؟

الف) ۱

ب) ۲

ج) ۳

د) جواب ندارد

۲- اگر $a < b < 0$ حاصل عبارت $|a+b| - 2|b-a|$ کدام است؟ نمونه ۹۶

الف) $a - 3b$

ب) $-b - a$

ج) $b - 3a$

۳- اگر $0 < x < y < 2$ باشد، حاصل عبارت $\frac{|y-x-2| + |y+x+2|}{|x-y| + |x-2| - |y+2|}$ برابر است با :

الف) صفر

ب) $\frac{x+2}{y}$

ج) $\frac{-y+2}{x}$

د) $-\frac{x+2}{x}$

۴- حاصل عبارت $\sqrt{(1+\sqrt{3})^4} - \sqrt{(1-\sqrt{3})^2}$ ؟؟؟

(۴) $2\sqrt{3}$

(۳) $4\sqrt{3}$

(۲) ۱۲

(۱) صفر

برادران تیزهوشان